

Wellenabsorption in einem Plasma mit zwei Ionensorten

H. Schlüter und G. Schürger

Institut für Experimentalphysik II, Ruhr-Universität Bochum, Germany

(Z. Naturforsch. **30a**, 1600–1605 [1975]; eingegangen am 19. Juli 1975)

Wave Absorption in a Plasma with Two Ion Species

A theoretical study is carried out for the resistive loading of an rf power source inductively coupled to a plasma cylinder which is immersed in a magnetic field. The plasma is assumed to consist of electrons, two ion and two neutral species. The results are compared with measurements in a hydrogen plasma.

I. Einleitung

Die induktive Einkopplung einer HF-Welle in ein Plasma erfolgt über eine um das Plasma gewickelte Spule. Wenn die Spulenfrequenz mit einer Resonanzfrequenz des Plasmas übereinstimmt, tritt verstärkte Absorption der Welle auf. Die Zahl der Resonanzfrequenzen vergrößert sich, wenn statt eines unendlich ausgedehnten Plasmas ein gebundenes Plasma betrachtet wird, da in einem gebundenen Plasma zusätzlich sogenannte geometrische Resonanzen auftreten, die mit stehenden Wellen im Plasma verknüpft sind.

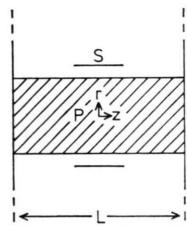


Abb. 1. Schematische Darstellung der induktiven Wellen- einkopplung. S Spule, P Plasma, L Länge des Plas- mazylinders.

In Abb. 1 ist ein endlich langer homogener Plas- mazylinder P skizziert. In der Mitte befindet sich axialsymmetrisch eine Spule S. An den Enden ist das Plasma mit unendlich großen und unendlich gut leitenden Flächen abgeschlossen. Alle Störgrößen haben ein zeitliches Verhalten wie $\exp(-i\omega t)$. Unter diesen Voraussetzungen und noch weiteren Annahmen über die Stoßfrequenzen ist die von einem Plasma mit einer Ionensorte absorbierte Leistung berechnet worden¹.

Sonderdruckanforderungen an Professor Dr. H. Schlüter, Institut für Experimentalphysik II der Ruhr-Universität, D-4630 Bochum, Postfach 2148, Germany.

In der Regel enthält ein Laborplasma aber mehrere Ionensorten. Dadurch existieren bereits in einem unendlich ausgedehnten Plasma weitere Resonanzfrequenzen^{2,3}. In dieser Arbeit wird die Wellen- einkopplung in ein gebundenes Plasma mit zwei Ionensorten untersucht. Es werden die Stöße der geladenen Teilchen untereinander und der geladenen Teilchen mit zwei Neutralteilchensorten berücksichtigt. Bei einer Rechnung mit mehr als zwei Ionensorten werden keine grundsätzlich neuen Effekte erwartet.

Die früheren Untersuchungen⁴ betrachteten Situa- tionen, die sich an die von Buchsbaum³ benutzten anschlossen, und legten dar, warum trotz endlichen Wellenvektors in Magnetfeldrichtung keine wesent- lichen Unterschiede zur einfachen Theorie rein radialer Wellenausbreitung auftreten; eine Wurzel der resultierenden Dispersionsgleichung dominierte und betonte die Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanzen, während die andere Wurzel nur geringen Einfluß hatte. Hier sind nunmehr auch Situationen betrach- tet, bei denen die zweite Wurzel wichtig wird und – für Plasmen mit größeren Radien – zu Kopp- lungresonanzen⁵ in der Nähe der Ionen-Zyklotron- frequenzen führt.

II. Theorie

In weiteren beziehen sich die Indizes *i*, *j* und *k* nur auf die geladenen Teilchensorten, *l* und *m* da- gegen auf alle vorkommenden Teilchensorten und *n* nur auf die Neutralteilchensorten.

In Ref. 1 werden die Komponenten des elektri- schen Feldes **E** nach Fourier zerlegt und die Wellen- gleichung unter den vorgegebenen Randbedingun- gen gelöst. Die Integration des Poynting-Vektors über die Spulenoberfläche liefert die vom Plasma absorbierte Leistung.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Die Eigenschaften des Plasmas sind im Dielektrizitätstensor \mathbf{K} enthalten. Für unsere Berechnung der induktiven Welleneinkopplung in ein Plasma aus Elektronen, zwei Ionensorten und zwei Neutralteilchensorten sind daher die Komponenten dieses Dielektrizitätstensors neu zu bestimmen. Dazu wird zunächst der Leitfähigkeitstensor σ ausgerechnet und dann die Beziehung

$$\mathbf{\sigma} \cdot \mathbf{E} = \mathbf{I} - 4\pi\sigma/i\omega \quad (1)$$

ausgenutzt. Dabei ist \mathbf{I} der Einheitstensor und ω die Kreisfrequenz der Welle.

σ folgt aus der Gleichsetzung des Ohmschen Gesetzes mit der Gleichung für die Stromdichte:

$$\sigma \cdot \mathbf{E} = \sum_i \epsilon_i Z_i e N_i \mathbf{v}_i; \quad (2)$$

ϵ_i ist das Vorzeichen und $Z_i e$ der Betrag der Ladung, N_i und \mathbf{v}_i bezeichnen die Dichte bzw. die gemittelte Geschwindigkeit. Die gemittelten Teilchengeschwindigkeiten ergeben sich aus den linearisierten Impulstransportgleichungen

$$N_1 m_1 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = N_1 \epsilon_1 Z_1 e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}_1}{c} \times \mathbf{B} \right) - \sum_m N_1 m_{1m} \nu_{1m} (\mathbf{v}_l - \mathbf{v}_m), \quad (3)$$

wobei m_1 die Masse eines Teilchens der Sorte 1, c die Vakuumlichtgeschwindigkeit, \mathbf{B} das außen angelegte statische Magnetfeld, $m_{1m} = m_1 m_m / (m_1 + m_m) = m_{ml}$ die reduzierte Masse zweier Teilchen der Sorte 1 und m und ν_{1m} die Stoßfrequenz für Impulsübertrag von der Teilchensorte 1 auf die Teilchensorte m ist. Für Neutralteilchen verschwindet Z_1 und damit der erste Term auf der rechten Seite. Im zweiten Term liefert die Summation über $m=1$ keinen Beitrag. Die Stoßfrequenzen sind zur Hälfte durch die Gleichung

$$N_1 m_{1m} \nu_{1m} = N_m m_{ml} \nu_{ml} \quad (4)$$

festgelegt. Diese Gleichung folgt aus der Bedingung, daß die Impulsänderung der einen Teilchensorte dem Betrage nach gleich der Impulsänderung der anderen sein muß. Eine Abhängigkeit der Stoßfrequenzen vom Magnetfeld wird vernachlässigt und die Stoßfrequenz zwischen den beiden Neutralteilchensorten als verschwindend klein angenommen.

Unter Berücksichtigung der zeitlichen Abhängigkeit der Störgrößen lassen sich so aus dem gekoppelten Gleichungssystem (3) die \mathbf{v}_i in der Form (Matrix) $\cdot \mathbf{E}$ darstellen. Mit Hilfe der Gln. (2) und (1) folgt dann der Dielektrizitätstensor. Dessen

Komponenten lassen sich übersichtlicher schreiben, wenn folgende Abkürzungen eingeführt werden.

$$M_i = m_i + \frac{i}{\omega} \left(\sum_{l \neq i} m_{il} \nu_{il} - \sum_n \frac{m_{in} \nu_{in} m_{ni} \nu_{ni}}{-i \omega m_n + \sum_j m_{nj} \nu_{nj}} \right) \quad (5)$$

$$\omega_i = (\epsilon_i Z_i e B) / (c M_i) \quad (6)$$

$$\omega_{pi}^2 = (4 \pi (\epsilon_i Z_i e)^2 N_i) / M_i, \quad (7)$$

$$A_{ij} = \frac{1}{M_i} \left(m_{ij} \nu_{ij} + \sum_n \frac{m_{in} \nu_{in} m_{nj} \nu_{nj}}{-i \omega m_n + \sum_j m_{nj} \nu_{nj}} \right) \quad \text{für } i \neq j, \quad (8)$$

$$B_{ii} = \omega^2 + A_{ik} A_{kj}, \quad (9)$$

$$B_{ij} = i \omega A_{ij} - A_{ik} A_{kj}, \quad (10)$$

$$C = i \omega B_{ii} + A_{ij} B_{ji} + A_{ik} B_{ki}, \quad (11)$$

$$D_{ii} = -B_{ii} + [i \omega (B_{jj} \omega_j^2 + B_{kk} \omega_k^2 - \omega_j^2 \omega_k^2) - 2 A_{jk} B_{kj} \omega_k \omega_j] / C, \quad (12)$$

$$D_{ij} = -B_{ij} + [-i \omega B_{ij} \omega_i \omega_j - A_{ij} \omega_k^2 (B_{kk} + \omega_i \omega_j) + A_{ik} B_{kj} \omega_k \omega_j + A_{kj} B_{ik} \omega_i \omega_k] / C, \quad (13)$$

$$E = (i \omega C + B_{ii} \omega_i^2) D_{ii} + (A_{ij} C + B_{ij} \omega_i \omega_j) D_{ij} + (A_{ik} C + B_{ik} \omega_i \omega_k) D_{ki}, \quad (14)$$

$$F_i = (A_{ij} B_{ji} + A_{ik} B_{ki}) / i \omega B_{ii}, \quad (15)$$

$$R_i = (i \omega C + B_{ii} \omega_i^2) (\sum_j \omega_j D_{ij}) / \omega_i E, \quad (16)$$

$$S_i = \sum_j \frac{\omega_j^2 B_{ij}}{\omega_i^2 B_{jj}} \frac{R_j}{(\omega^2 - \omega_j^2) + \omega^2 F_j}, \quad (17)$$

$$T_i = \frac{\sum_j \omega_j B_{ij}}{\omega_i B_{ii} (1 + F_i)}. \quad (18)$$

In den Gln. (9) bis (15) stehen die Indextripel i, j, k jeweils für eine Permutation der Bezeichnungen der drei Ladungsträgersorten. Die Größen C und E ändern sich bei einer solchen Permutation nicht. Bei der Rechnung wurden die Beziehungen

$$A_{ij} = (N_j M_j / N_i M_i) A_{ji} \quad \text{und} \quad A_{ij} B_{ji} = A_{ji} B_{ij} \quad (19)$$

benutzt.

Für die von Null verschiedenen Komponenten des Dielektrizitätstensors in Zylinderkoordinaten ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$K_{rr} = K_{\theta\theta} = 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_i^2 / (1 + F_i)} R_i, \quad (20a)$$

$$K_{r\theta} = -K_{\theta r} = -\sum_i \frac{i \omega_i \omega_{pi}^2}{\omega} S_i, \quad (20b)$$

$$K_{zz} = 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} T_i. \quad (20c)$$

Für verschwindende Stoßfrequenzen geht $F_i \rightarrow 0$, R_i und $T_i \rightarrow 1$ und $S_i \rightarrow (\omega^2 - \omega_i^2)^{-1}$. Man erhält dann den Dielektrizitätstensor für den stoßfreien Fall.

Mit Hilfe der Gln. (20 a – 20 c) kann nach Ref. 1 der Plasmawiderstand R berechnet werden. Dieser ist mit der im Plasma dissipierten Leistung P_d durch $P_d = |V/V_0|^2/R$ verknüpft, wobei V die Amplitude der Spulenspannung ist. Bei den numerischen Ergebnissen ist daher als Maß für die im Plasma dissipierte Leistung stets R^{-1} aufgetragen.

Die bezüglich des Magnetfeldes senkrechte Komponente des Brechungsindex η_{\perp} hat im Plasma für jeden Magnettfeldwert zwei komplexe Werte. Aus Gl. (15) von Ref. 1 folgt:

$$\eta_{\perp 1,2} = \frac{K_{r\theta}^2 - (K_{rr} + K_{zz})(\eta_{\parallel}^2 - K_{rr})}{2K_{rr}} + \sqrt{\left[\frac{K_{r\theta}^2 - (K_{rr} + K_{zz})(\eta_{\parallel}^2 - K_{rr})}{2K_{rr}} \right]^2 - \frac{K_{zz}}{K_{rr}} [K_{r\theta}^2 + (\eta_{\parallel}^2 - K_{rr})^2]}. \quad (21)$$

$\eta_{\parallel} = (N\pi c/L\omega)$ ist hierbei die Parallelkomponente des Brechungsindex; N ist eine natürliche Zahl, die von der jeweiligen Fourier-Komponente des \mathbf{E} -Feldes abhängt, und L die Plasmalänge.

III. Numerische Ergebnisse

Die numerischen Rechnungen beziehen sich auf ein Wasserstoffplasma aus Elektronen, H^+ -Ionen, H_2^+ -Ionen und den entsprechenden Neutralteilchen (10% H und 90% H_2). Es wird die Leistungseinkopplung in Abhängigkeit vom Magnetfeld im Bereich der Ionenzyklotronresonanzen untersucht. B_{H^+} ist das Magnetfeld, bei dem die H^+ -Zyklotronfrequenz und die Anregungsfrequenz (8 MHz) übereinstimmen. Die Ergebnisse unterscheiden sich, je nachdem ob geometrische Resonanzen (dies sind hier radiale stehende Wellen) auftreten oder nicht.

Wenn der Plasmaradius kleiner als etwa die halbe Wellenlänge im Plasma ist, können sich radiale stehende Wellen nicht ausbilden. In einem solchen Fall werden nur die Hybridresonanzen, die auch in einem unendlich ausgedehnten Plasma existieren, beobachtet (siehe Abbildung 2). Das rechte Maximum in der Figur gehört zur Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanz, das linke Maximum zur unteren Hybrid-Resonanz.

Rechnungen für große Plasmaradien werden in Abb. 3 gezeigt. Hier ist wegen der geometrischen Resonanzen besonders in der Nähe der Ionenzyklotronresonanzen die Wellenabsorption stark. Mit steigender Stoßfrequenz werden die geometrischen Resonanzmaxima ausgeschmiert, bis nur noch deren Einhüllende zu sehen ist.

Den Übergang von kleinen zu großen Plasmaradien zeigt Abbildung 4.

In Abb. 5 ist der Einfluß der verschiedenen Stoßfrequenzen dargestellt. Die Kurve im obersten Bild sieht nicht nur für $\nu_{eH_2^+}$, sondern für alle Stoßfre-

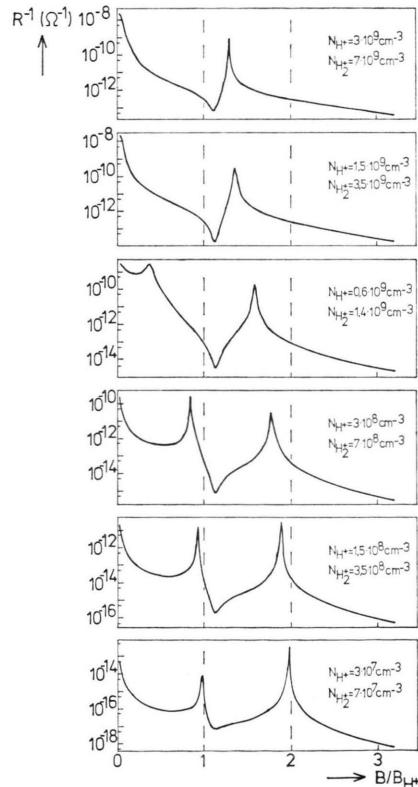


Abb. 2. Absorptionsverhalten eines Plasmas aus e, H^+ und H_2^+ bei kleinem Plasmaradius (PR) für verschiedene Plasmadichten. Das linke Maximum gehört zur unteren Hybrid-Resonanz, das rechte zur Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanz. Die gestrichelt gezeichneten senkrechten Linien geben die Lage der Ionenzyklotron-Resonanzen an. R^{-1} ist proportional der vom Plasma absorbierten Leistung. PR = 0,1 cm, $L = 40$ cm, $\nu_{eH_2^+} = N_{eH_2^+}/70 \text{ cm}^3/\text{s}$, $\omega = 2\pi \cdot 8 \text{ MHz}$.

quenzen, an denen die Elektronen beteiligt sind, ähnlich aus. Im zweiten Bild ist nur mit Stößen zwi-

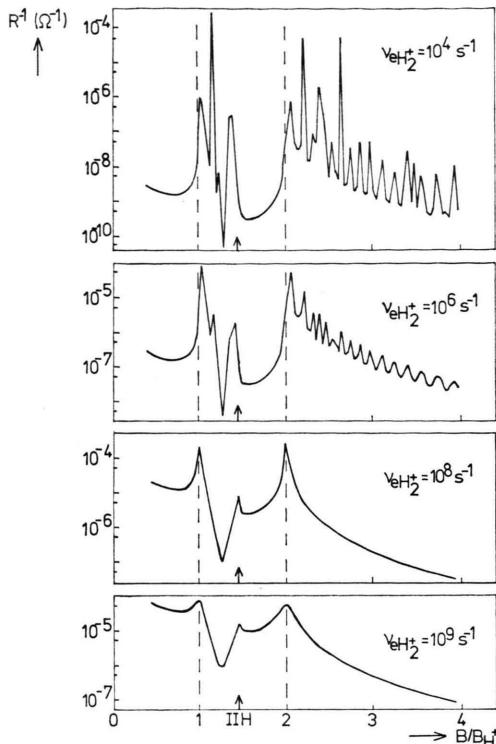


Abb. 3. Ausdämpfung der geometrischen Resonanzen mit steigender Stoßfrequenz $\nu_{eH_2^+}$. Die Lage der Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanz (IIH) ist durch Pfeile markiert. $PR = 10 \text{ cm}$, $N_{H^+} = N_{H_2^+} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

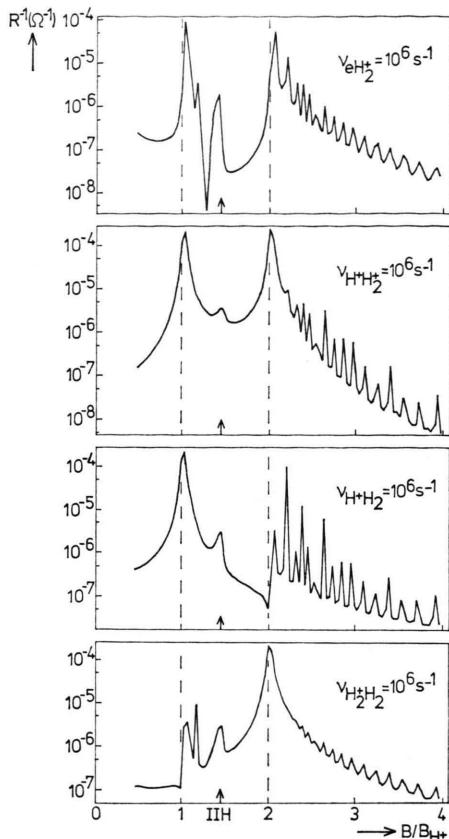


Abb. 5. Änderung des Absorptionsverhaltens eines Plasmas aus e , H^+ und H_2^+ bei Änderung der Stoßfrequenzen ν .

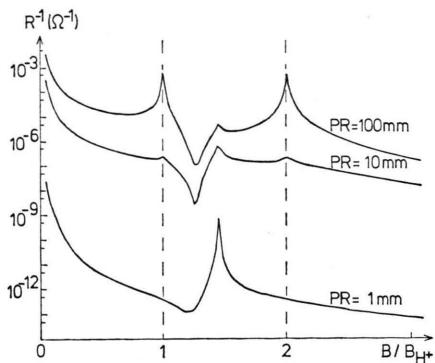


Abb. 4. Änderung des Plasmaradius. Bei großen Radien treten zusätzliche Absorptionsmaxima auf. $N_{H^+} = N_{H_2^+} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\nu_{eH_2^+} = 10^8 \text{ s}^{-1}$.

schen den beiden Ionensorten gerechnet worden. Die Maxima bei den Ionenzyklotronresonanzen sind hier ausgeprägter und es ist keine Struktur zwischen der H^+ -Zyklotronresonanz und der Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanz zu sehen. Wesentliche Änderungen ergeben sich, wenn mit Stoßfrequenzen gerechnet

wird, die die Stöße der Ionen mit den Neutralteilchen berücksichtigen, wie dies in den beiden untersten Bildern geschehen ist. Hier ist entscheidend, welche Ionensorte beteiligt ist, während die Neutralteilchensorte keinen Einfluß auf den Kurvenverlauf hat. Ist $\nu_{H^+H_2}$ allein ungleich Null, so bildet sich nur bei der H^+ -Zyklotronresonanz ein Maximum aus. Analog zeigt sich für $\nu_{H_2^+H_2} \neq 0$ bei der H_2^+ -Zyklotronresonanz ein Maximum. Die scharfen geometrischen Resonanzmaxima oberhalb der H_2^+ -Zyklotronresonanz werden mit steigender Stoßfrequenz ausgeschmiert. Da die Stoßfrequenzen das Absorptionsverhalten des Plasmas verschieden beeinflussen, kann umgekehrt aus dem gemessenen Absorptionsverhalten eine Aussage über die dominierende Stoßfrequenz gemacht werden.

Die zum untersten Bild in Abb. 5 gehörenden Werte der senkrechten Brechungsindexkomponente für $N = 1$ sind in Abb. 6 gezeichnet.

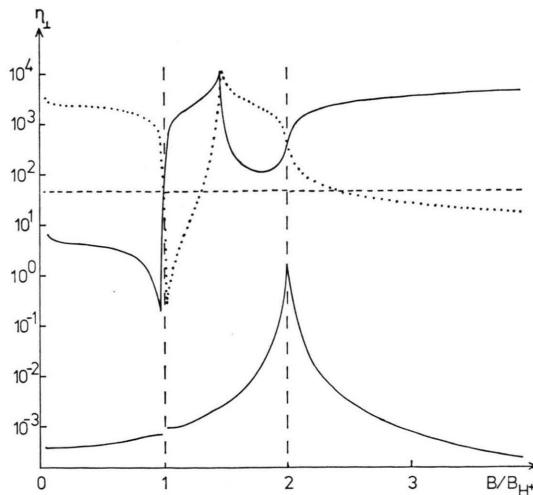


Abb. 6. Die zum untersten Bild von Abb. 5 ($\nu_{H_3^+} H_2 \neq 0$) gehörenden Werte der senkrechten Komponente des Brechungsindex η_{\perp} für $N=1$. Zu jedem Magnetfeldwert gibt es zwei komplexe Werte des Brechungsindex. Die Realteile sind durch ausgezogene Kurven, die Imaginärteile durch die gestrichelte bzw. punktierte Kurve markiert. Die punktierte Kurve gibt den Betrag des im ganzen untersuchten Magnetfeldbereich negativen Imaginärteils an.

IV. Vergleich der experimentellen Messungen

In Abb. 7 werden Meßkurven in einem in einer Gleichstromentladung erzeugten Wasserstoffplasma

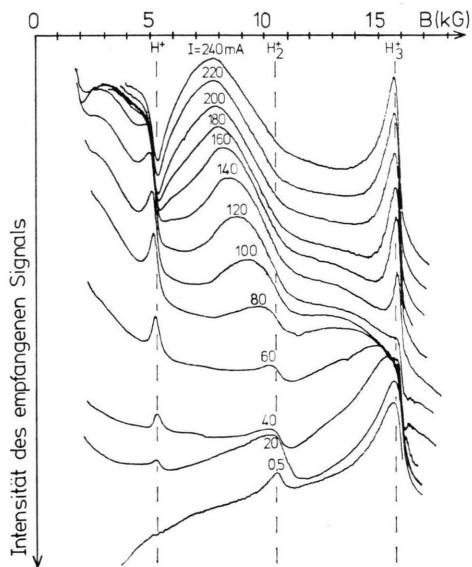


Abb. 7. Hybrid-Resonanzen und geometrische Resonanzen in einem Wasserstoffplasma mit H^+ , H_2^+ und H_3^+ . Der Verlauf der Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanz zwischen H^+ und H_2^+ ist durch die Entladungsstromstärke I markiert. Druck $4 \cdot 10^{-3}$ Torr, Anregungsfrequenz 8 MHz.

gezeigt. Gemessen wurde die Transmission einer Welle durch das Plasma. Die Meßanordnung ist in Ref. 4 beschrieben. Zur Erzeugung der Welle diente eine Stix-Spule⁶, im Gegensatz zu den Rechnungen, bei denen eine 20 cm lange Einwindungsspule angenommen wurde; theoretische Abschätzungen und vorhergehende Messungen lassen jedoch in unserem Fall keine grundlegenden Unterschiede in den Ergebnissen erwarten. Im Plasma waren neben H^+ - und H_2^+ -Ionen überwiegend H_3^+ -Ionen vorhanden. Es existieren daher zwei Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanzen, die bei kleiner Elektronendichte (die proportional zum Entladungsstrom ist) mit den H_2^+ -bzw. H_3^+ -Zyklotronresonanzen zusammenfallen und sich mit steigender Elektronendichte zu kleineren Magnetfeldwerten verschieben. Die Messungen wurden gegenüber den Messungen der Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanzen in Ref. 4 bei größeren Plasmaraadien ausgeführt. (Dies folgt indirekt aus den um etwa den Faktor 15 höheren Entladungsströmen bei gleichem Elektronendichtebereich. Die Elektronendichte kann aus der Verschiebung der Hybrid-Resonanzen gefolgt werden.) Die größeren Plasmaraadien erlauben das Entstehen von geometrischen Resonanzen.

Charakteristisch an Abb. 7 ist, daß mit steigender Elektronendichte die rechte Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanz verschwindet und bei der H_3^+ -Zyklotronresonanz ein starkes Absorptionsmaximum auftritt. Ein qualitativer Vergleich mit den im vorhergehenden Abschnitt gezeigten numerischen Ergebnissen läßt den Schluß zu, daß dieses Maximum durch die Stöße der H_3^+ -Ionen mit den Neutralteilchen bestimmt wird, d. h. daß die H_3^+ -Neutralteilchenstöße dominieren. Das mag zunächst überraschen, da in der Regel die Elektron-Neutralteilchen-Stoßfrequenz größer ist als die Ion-Neutralteilchen-Stoßfrequenz. Aus Untersuchungen der Welleneinkopplung in ein Plasma nahe der unteren Hybrid-Resonanz⁵ ist aber bekannt, daß dies im genügend starken Magnetfeld (bzw. bei genügend kleiner Wellenfrequenz) modifiziert wird. Analog Ref. 5 wird der Realteil des Wellenvektors senkrecht zum Magnetfeld bei der unteren Hybrid-Resonanz durch eine effektive Stoßfrequenz bestimmt, in die die Ionen-Neutralteilchenstöße gegenüber den Elektronen-Neutralteilchenstößen u. a. um den Faktor $(\omega_0/\omega)^2$ (ω_0 geometrisches Mittel aus Ionen- und Elektronenzyklotronfrequenz) verstärkt eingehen und damit damit auch stärkere Wellenabsorption verursachen.

Der Einfluß der Ionen-Neutralteilchenstöße wächst mit dem Magnetfeld. Neben dem Konzentrationsunterschied dürfte auch das dazu beitragen, daß bei den Zyklotron-Resonanzen der H^+ - und H_2^+ -Ionen ein Absorptionsmaximum fehlt.

Es sei ferner darauf hingewiesen, daß die numerischen Ergebnisse auch zur Interpretation der Messungen von Ref. 7 und 8 benutzt werden können, die nicht nur bei der Ionen-Ionen-Hybrid-Resonanz, sondern auch bei den Ionen-Zyklotron-Resonanzen verstärkte Wellenabsorption zeigen.

V. Zusammenfassung

Wenn eine elektromagnetische Welle induktiv in ein Plasma eingekoppelt wird, tritt bei genügend

großem Plasmaradius verstärkte Absorption nicht nur bei den Hybrid-Resonanzen, sondern auch bei den geometrischen Resonanzen auf. In der Regel sind nur die Einhüllenden der geometrischen Resonanzen zu sehen. Sie machen sich als zusätzliche Absorptionsmaxima bei den Zyklotron-Resonanzstellen bemerkbar. Aus diesen zusätzlichen Absorptionsmaxima können Rückschlüsse auf die dominierende Stoßfrequenz gezogen werden. So zeigt es sich, daß in einem Wasserstoffplasma im starken Magnetfeld bei höheren Dichten die Stöße zwischen H_3^+ -Ionen und Neutralteilchen überwiegen.

Diese Untersuchungen wurden im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 162 „Plasmaphysik Bochum/Jülich“ durchgeführt.

¹ C. R. Skipping, M. E. Oakes u. H. Schlüter, *Phys. Fluids* **12**, 1886 [1969].

² S. J. Buchsbaum, *Phys. Fluids* **3**, 418 [1960].

³ S. J. Buchsbaum, *Phys. Rev. Letters* **5**, 495 [1960].

⁴ H. Schlüter u. G. Schürger, *Z. Physik* **268**, 251 [1974].

⁵ R. Babu, B. Lammers u. H. Schlüter, *Z. Naturforsch.* **27a**, 930 [1972].

⁶ T. H. Stix u. R. W. Palladino, *Phys. Fluids* **1**, 446 [1958].

⁷ H. Toyama, *J. Phys. Soc. Jap.* **34**, 527 [1973].

⁸ V. F. Tarasenko et al., *JETP Lett.* **16**, 114 [1972].